



УДК: 531.37

MSC 2010: 70E18; 70F40

Динамика, моделирование и управление колесным робобуером

Л. В. Глазкова, В. Е. Павловский, А. В. Панченко

Рассмотрено оптимальное управление колесным буером. Выписаны уравнения движения буера в лаконичной форме, решена задача приведения буера в заданную точку за минимальное время для нескольких типовых начальных позиций буера. Обсуждаются вопросы реализации системы управления модели буера.

Ключевые слова: колесная яхта, робобуер, динамика робобуера, оптимальное управление, уравнения движения в лаконичной форме

Все большую актуальность приобретают виды транспорта, использующие экологически чистую энергию. Один из таких видов транспорта — колесный буер, колесная парусная яхта. Идея использовать ветер в качестве движущей силы не только на море, но и на суше, не нова. Первые буеры появились в России еще в XVIII веке. Вначале была простая попытка поставить шлюпку под парусами на полозья, у которых нижняя часть пера руля имела резак и скользила по льду. В дальнейшем шлюпку заменила треугольная площадка. Северные поморы и рыбаки Онежского озера применяли буеры в промысловых целях. После Октябрьской революции у нас в стране получил широкое развитие буерный спорт.

Получено 9 июля 2012 года

После доработки 29 сентября 2012 года

Работа В. Е. Павловского выполнена при поддержке гранта Правительства РФ для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях ВПО (ГОУ ВПО УдГУ, 11.G34.31.0039).

Глазкова Лидия Валерьевна

glazkova1v@gmail.com

Панченко Алексей Владимирович

panchenkoAV@vap.ru

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

механико-математический факультет

119991, Россия, г. Москва, Ленинские горы, д. 1

Павловский Владимир Евгеньевич

vlpavl@mail.ru

ИПМ им. М. В. Келдыша РАН

125047, Россия, г. Москва, Миусская пл., д. 4

Во время Великой Отечественной войны буер использовался как средство разведки, связи, транспорта. В период блокады ленинградские буеристы осуществили ряд боевых операций в Невской губе, а на Ладожском озере они были в числе первооткрывателей «Дороги жизни». В современный период колесные буеры стали видом спорта, концептуальным средством доставки грузов.

В данной работе рассматриваются вопросы автоматического управления колесным буером. Получены уравнения движения буера в общем случае. Численно разобраны несколько решений задачи приведения буера в пункт назначения за минимальное время. На примере рассмотренной задачи подтверждены рекомендации выставления паруса в морской навигации при различных курсах относительно ветра. Проведены эксперименты с реальным буером.

1. Уравнения движения

В данной работе рассматривается робобуер — трехколесная тележка, снабженная парусом, управление которой осуществляется передним поворотным рулевым колесом и парусом. Робобуер и его теоретико-механическая модель приведены на рисунке 1.

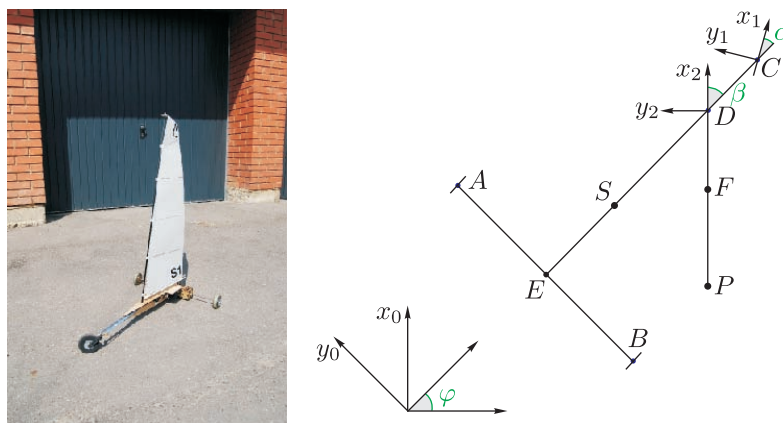


Рис. 1. Робобуер и его модель.

1.1. Модель системы

Буер движется по горизонтальной поверхности. Парус считается плоским, обозначен DFP , переднее поворотное колесо — колесо C . Колеса A , B , C катятся без проскальзывания. Центр масс тележки находится в точке S на продольной оси симметрии робота, $ES = s$. Мачта буера удалена от точки E пересечения оси вращения задних колес и продольной оси симметрии тележки на расстояние $ED = b$. Центр масс паруса находится в точке F , $DF = l$. Расстояние от точки E до задних колес $EA = EB = a$, расстояние до переднего колеса $EC = c$. Радиусы задних и переднего колес, соответственно, R_k и R_c . Движение буера рассматривается относительно неподвижной системы координат Oxy . Подвижная система координат Ex_0y_0 жестко связана с платформой. Положительное направление оси x_0 совпадает с направлением движения робота. Положение этой системы относительно неподвижной определяется координатами x , y точки E и углом φ . Углы α и β задают, соответственно, поворот вилки рулевого колеса и паруса относительно системы координат, связанной с бу-

ером. Поворот колес относительно осей y_0 и y_1 определяется углами ψ_A , ψ_B и ψ_C . Вынос переднего колеса отсутствует.

Таким образом, движение буера определяется восемью координатами x , y , φ , α , β , ψ_A , ψ_B , ψ_C .

При отсутствии проскальзывания колес проекции скоростей центров колес A , B , C на оси y_0 и y_1 равны нулю; следовательно, координаты и скорости буера должны удовлетворять следующим уравнениям неголономных связей:

$$\begin{cases} -\dot{x} \sin \phi + \dot{y} \cos \phi = 0, \\ \dot{x} \cos \phi + \dot{y} \sin \phi - \alpha \dot{\phi} - R \dot{\psi}_A = 0, \\ \dot{x} \cos \phi + \dot{y} \sin \phi + a \dot{\phi} - R \dot{\psi}_B = 0, \\ (\dot{x} \cos \phi + \dot{y} \sin \phi) \sin \alpha - c \dot{\phi} \cos \alpha = 0, \\ (\dot{x} \cos \phi + \dot{y} \sin \phi) \cos \alpha + c \dot{\phi} \sin \alpha - R \dot{\psi}_C = 0. \end{cases} \quad (1.1)$$

Так как в рассматриваемой постановке задача динамики буера является неголономной механической задачей, то для вывода уравнений должны использоваться соответствующие методы. Воспользуемся уравнениями движения в лаконичной форме [1]. Замкнутая система уравнений движения состоит из выражения обобщенных скоростей через псевдоскорости, выражений для обобщенных импульсов и уравнений на псевдоскорости.

Выражения обобщенных скоростей через псевдоскорости V (скорость точки E буера в проекции на продольную ось x_0), Ω (скорость изменения α), ω (скорость изменения β) имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos \phi, \\ \dot{y} &= V \sin \phi, \\ \dot{\phi} &= \frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c}, \quad \dot{\psi}_a = \frac{V(c - a \operatorname{tg} \alpha)}{R_k c}, \\ \dot{\alpha} &= \Omega, \quad \dot{\psi}_b = \frac{V(c + a \operatorname{tg} \alpha)}{R_k c}, \\ \dot{\beta} &= \omega, \quad \dot{\psi}_c = \frac{V}{(R_c \cos \alpha)}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Тогда уравнения движения, составленные по схеме [1], принимают окончательный вид (1.3) (приведены ниже), а полная система уравнений движения буера состоит из совокупности (1.2) и (1.3). Система (1.3) состоит из трех уравнений на псевдоскорости; таким образом, полностью система (1.2)–(1.3) — это система одиннадцати уравнений на 11 переменных, псевдоскорости и обобщенные координаты:

$$\begin{aligned} &\left(M + \frac{2m \operatorname{tg} \alpha}{c} \left(\frac{d \cos \beta \operatorname{tg} \alpha}{c} - \sin \beta \right) + \frac{J_c^y}{R_c^2} + 2 \frac{J_k^y}{R_k^2} + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{c^2} \left(J + \frac{J_c^y c^2}{R_c^2} + 2 \frac{J_k^y a^2}{R_k^2} \right) \right) \dot{V} + \\ &+ \frac{J_c^z \operatorname{tg} \alpha \dot{\Omega}}{c} + \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{c} (md \cos \beta + J_1) - m \sin \beta \right) \dot{\omega} = \\ &= \left(mc \sin \beta - \operatorname{tg} \alpha \left(J + \frac{J_c^y c^2}{R_c^2} + 2 \frac{J_k^y a^2}{R_k^2} + 2md \cos \beta \right) \right) \frac{\Omega V}{c^2 \cos^2 \alpha} + \\ &+ 2(c \cos \beta + d \sin \beta \operatorname{tg} \alpha) \frac{m \omega V \operatorname{tg} \alpha}{c^2} + \left(m \cos \beta + \frac{md \sin \beta \operatorname{tg} \alpha}{c} \right) \omega^2 + Q_V, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{J_c^z \operatorname{tg} \alpha}{c} \dot{V} + J_c^z \dot{\Omega} = -\frac{J_c^z \Omega V}{c \cos^2 \alpha} + Q_\Omega, \\
& \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{c} (md \cos \beta + J_1) - m \sin \beta \right) \dot{V} + J_1 \dot{\omega} = \\
& = -(c \cos \beta + d \sin \beta) \frac{m \operatorname{tg} \alpha}{c^2} V^2 - (J_1 + md \cos \beta) \frac{\Omega V}{c \cos^2 \alpha} + Q_\omega.
\end{aligned} \quad (1.3)$$

1.2. Силы в модели

Для полного замыкания модели и уравнений необходимо определить физические силы и моменты, действующие в системе, а затем — обобщенные силы Q_V , Q_Ω , Q_ω для уравнений (1.3).

На парус и корпус буера действуют аэродинамические силы [2, 4], они показаны на рисунке 2 (слева): подъемная сила P и сила лобового сопротивления S , приложенные к парусу, которые далее могут быть разложены на силу тяги F_m и силу дрейфа F_∂ , действующие на парус, и аналогично построенные сила тяги F'_m и сила дрейфа F'_∂ , действующие на корпус.

Аэродинамические силы, приложенные к парусу, зависят от угла атаки γ , — угла между вектором направления ветра и относительной, выпелльной, скоростью буера; эти силы определяются аэродинамическими коэффициентами $s(\gamma)$, $p(\gamma)$, вид функций которых дан на рисунке 2 (справа).

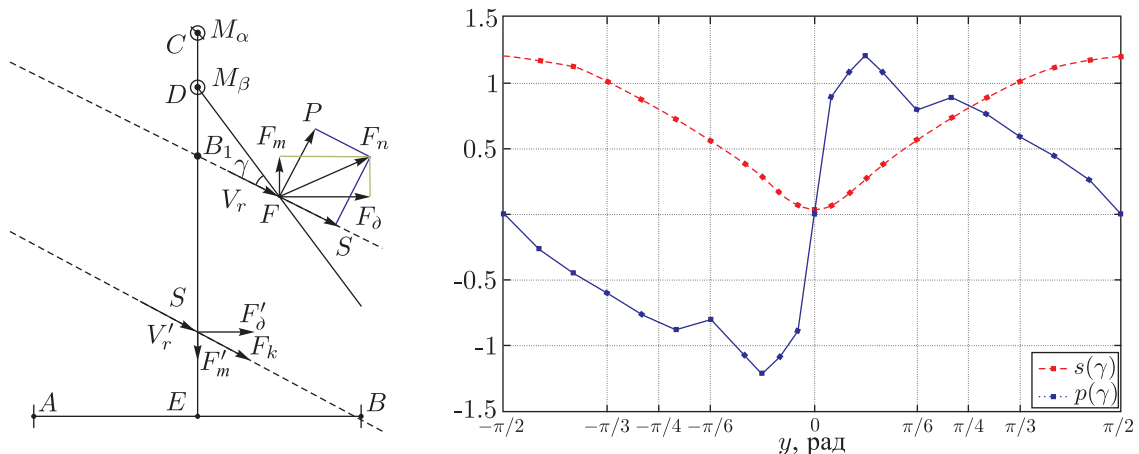


Рис. 2. Аэродинамические силы. Аэродинамические коэффициенты для паруса удлинением $\lambda = 6$.

Ниже приведены функции, описывающие аэродинамические силы. Соотношения для сил, действующих на парус:

$$\begin{aligned}
F_m = & \frac{\rho S_3}{2} \left(\left(V_w \cos(\psi - \phi) - V + f \left(\frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c} + \omega \right) \sin \beta \right) s(\gamma) - \right. \\
& - \left(V_w \sin(\psi - \phi) - \frac{dV \operatorname{tg} \alpha}{c} - f \left(\frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c} + \omega \right) \cos \beta \right) p(\gamma) \times \\
& \times \left(V_w^2 + f^2 \left(\frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c} + \omega \right)^2 + V^2 \left(1 + \frac{d^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{c^2} \right) - 2V_w f \left(\frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c} + \omega \right) \sin(\psi - \phi - \beta) + \right. \\
& \left. \left. + 2fV \left(\frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c} + \omega \right) \left(\frac{d \operatorname{tg} \alpha}{c} \cos \beta - \sin \beta \right) - 2fV \left(\frac{d \operatorname{tg} \alpha}{c} \cos(\psi - \phi) + \sin(\psi - \phi) \right) \right) \right)^{\frac{1}{2}},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_d = \frac{\rho S_3}{2} & \left(\left(V_w \cos(\psi - \phi) - V + f \left(\frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c} + \omega \right) \sin \beta \right) p(\gamma) + \right. \\
& + \left(V_w \sin(\psi - \phi) - \frac{dV \operatorname{tg} \alpha}{c} - f \left(\frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c} + \omega \right) \cos \beta \right) s(\gamma) \Big) \times \\
& \times \left(V_w^2 + f^2 \left(\frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c} + \omega \right)^2 + V^2 \left(1 + \frac{d^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{c^2} \right) - 2V_w f \left(\frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c} + \omega \right) \sin(\psi - \phi - \beta) + \right. \\
& \left. + 2fV \left(\frac{V \operatorname{tg} \alpha}{c} + \omega \right) \left(\frac{d \operatorname{tg} \alpha}{c} \cos \beta - \sin \beta \right) - 2fV \left(\frac{d \operatorname{tg} \alpha}{c} \cos(\psi - \phi) + \sin(\psi - \phi) \right) \right) \Big)^{\frac{1}{2}};
\end{aligned} \tag{1.4}$$

соотношения для аэродинамических сил, действующих на корпус:

$$\begin{aligned}
F'_m &= \frac{\rho S_v}{2} \sqrt{V_w^2 + V^2 \left(1 + \frac{s^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{c^2} \right) - 2V_w V \left(\cos(\psi - \phi) + \frac{s \operatorname{tg} \alpha}{c} \sin(\psi - \phi) \right)} \times \\
&\times (V_w \cos(\psi - \phi) - V), \\
F'_d &= \frac{\rho S_v}{2} \sqrt{V_w^2 + V^2 \left(1 + \frac{s^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{c^2} \right) - 2V_w V \left(\cos(\psi - \phi) + \frac{s \operatorname{tg} \alpha}{c} \sin(\psi - \phi) \right)} \times \\
&\times \left(V_w \sin(\psi - \phi) - \frac{sV \operatorname{tg} \alpha}{c} \right).
\end{aligned} \tag{1.5}$$

В системе на вилку поворотного колеса C действует момент M_α , на парус действует управляющий момент M_β , поворачивающий плоскость паруса вокруг мачты, мачта считается прямолинейной и перпендикулярной плоскости корпуса. В системе действует еще сила тяжести, но она не оказывает влияния на движение буера по горизонтальной плоскости.

В этих предположениях обобщенные силы в системе таковы:

$$\begin{aligned}
Q_V &= (F_m + F'_m) + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{c} (dF_d + sF'_d) + \frac{f \operatorname{tg} \alpha}{c} (F_d \cos \beta - F_m \sin \beta), \\
Q_\Omega &= M_\alpha, \\
Q_\omega &= M_\beta + f(F_d \cos \beta - F_m \sin \beta).
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Соотношения (1.4)–(1.6) замыкают систему уравнений динамики робобуера.

2. Численный расчет оптимального управления

В работе решены задачи максимального быстродействия для буера — задачи, в которых требуется переместиться в точку назначения за минимальное время. Задачи решались численно. Используется пакет PROPT платформы The TOMLAB [3] Optimization Environment на основе MATLAB и MathWorks Optimization Toolbox. Эти пакеты используют метод динамического программирования и псевдоспектральный метод синтеза оптимального управления.

Задачи решались в следующей постановке. Заданы параметры буера и следующие параметры среды: V_w — скорость ветра, r_o — расстояние от начальной точки расположения буера до начала координат, целевая точка совпадает с началом координат; известен начальный угол ветра ψ . Примеры приведены ниже (рис. 3–5). На этих рисунках траектории буера приведены на графиках в левой верхней части.

Ветер: $V_w = 1$ м/с, $\psi = 0$. Расстояние до начала координат $r_0 = -20$.

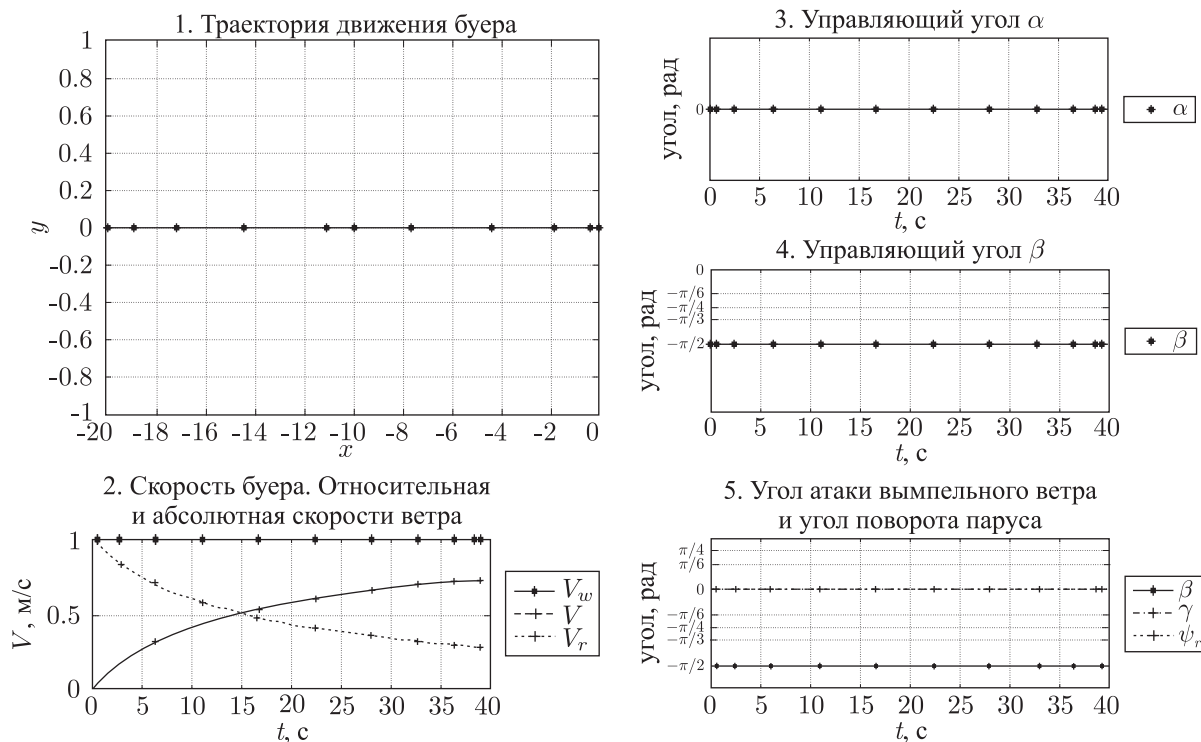


Рис. 3. Движение с одним управлением (парус) при попутном ветре. Курс фордевинд.

На рисунке 3 приведено движение буера при попутном ветре $\psi = 0$, используется только управление парусом. Оптимальным оказывается курс фордевинд, когда парус установлен с углом атаки $\gamma = \pi/2$, ветер дует «чисто сзади». На рисунке 4 показано движение с той же геометрией среды, но используются два управления — и парусом, и рулевым колесом. Оптимальным оказывается движение, когда буйер уходит под ветер для более быстрого набора скорости. Оптимальные курсы — фордевинд (в самом начале) и бакштаг (ветер в задней полусфере) во все время движения. На рисунке 5 приведен пример движения при встречном ветре, $\psi = \pi$, такое положение называется левентик. Буйер движется лавировкой с перекладкой паруса после прохождения части пути. Перекладка паруса показана на нижнем справа (пятом) графике на рисунке 5.

Перекладки паруса с лавировкой выполняются также в окрестности целевой точки, как показывают графики (рис. 5), для обеспечения точности выхода в начало координат. Расчеты показали, что в варианте курса левентик существуют области значений параметров задачи, при которых робобуйер не может начать заданное движение к началу координат (целевой точке) по прямой.

3. Система управления робобуера

На рисунке 6 показана блок-схема системы управления буером (первая версия). Эта схема приведена для полуавтономного варианта, в котором датчик ветра, объединяющий флюгер и анемометр, и центральный компьютер, вычисляющий программу управления роботом, вынесены из бортовой подсистемы во внешнюю часть. На борту, в отличие от име-

Ветер: $V_w = 1$ м/с, $\psi = 0$. Расстояние до начала координат $r_0 = -20$.

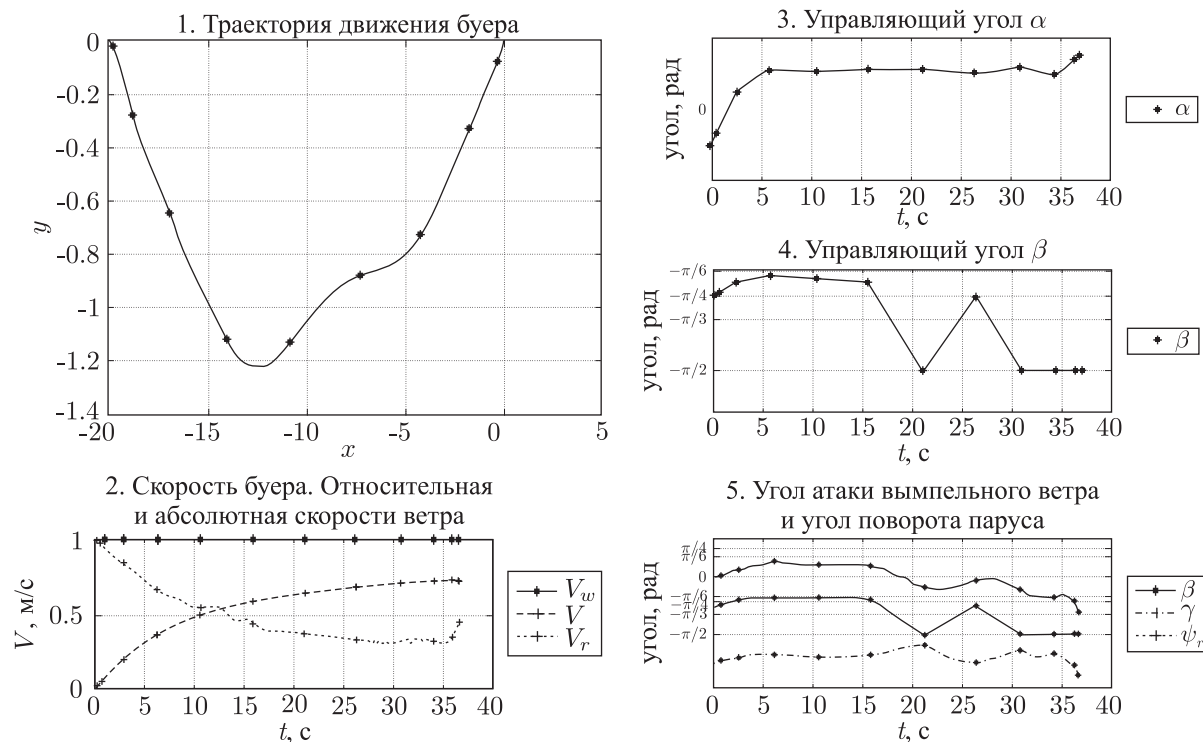


Рис. 4. Движение с двумя управлениями (парус, рулевое колесо) при попутном ветре. Курсы фордевинд и бакштаг.

Ветер: $V_w = 1$ м/с, $\psi = \pi$. Расстояние до начала координат $r_0 = -20$.

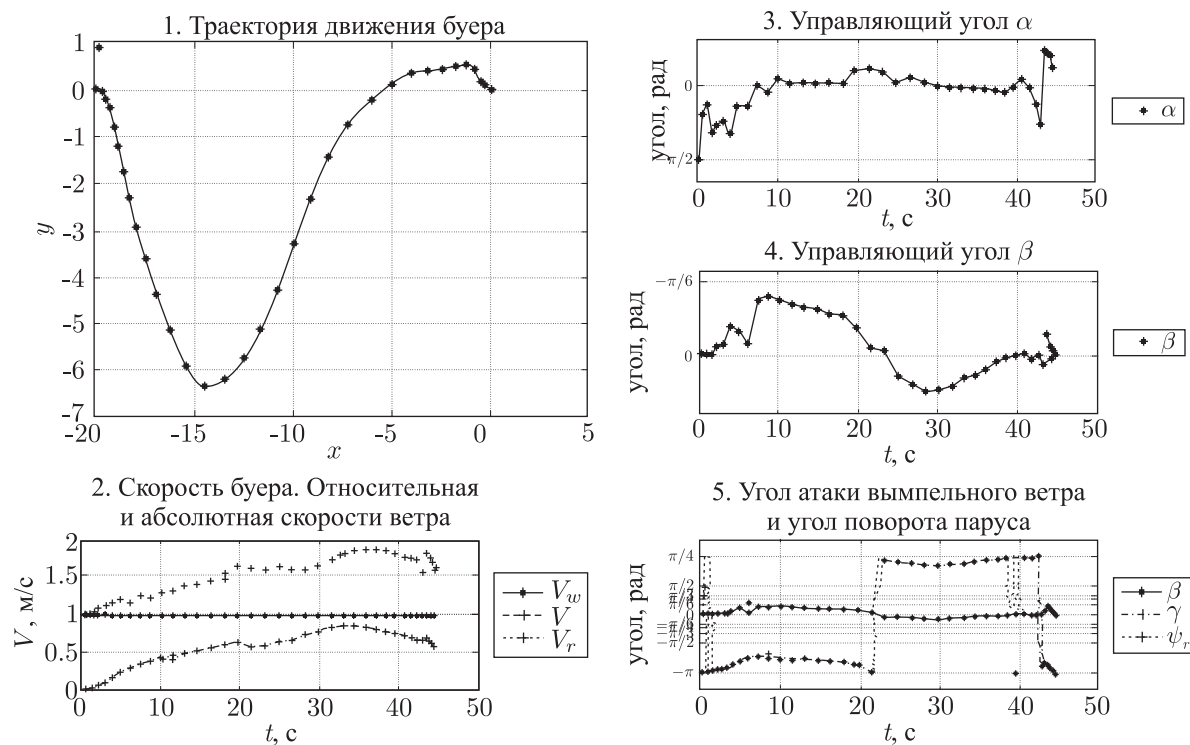


Рис. 5. Движение буера при встречном ветре. Положение левентик.

ющихся в настоящее время систем с ручным радиоуправлением, установлены электротормоза, блокирующие неверные движения робота. Эти тормоза могут приводиться в действие от внешней программы или от ручных команд оператора (в аварийном режиме). Электротормоза приводятся в действие электрическими линейными мини-актуаторами. Энкодеры на ходовых колесах буера (задних левом и правом) используются как датчики одометрической навигационной системы робота.

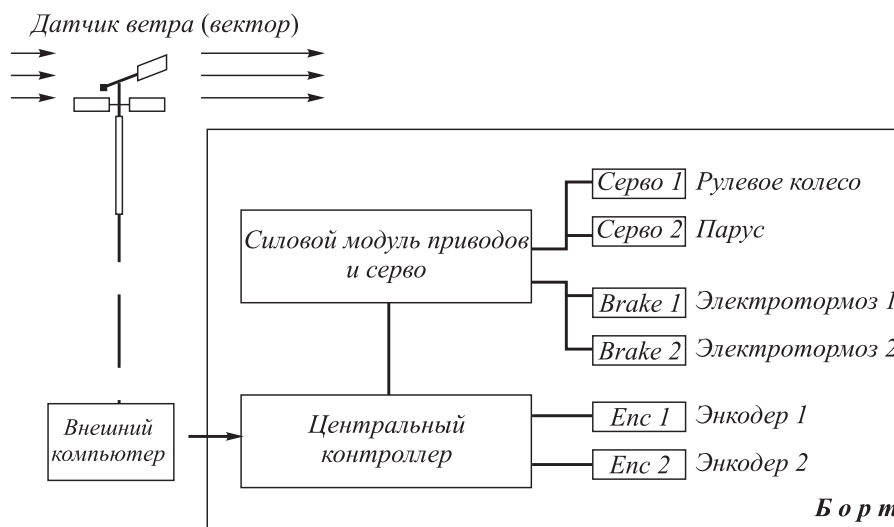


Рис. 6. Блок-схема системы управления буера.

4. Заключение

Разработана теоретико-механическая модель робобуера. Численно исследована задача максимального быстродействия для прибытия буера в пункт назначения. В ходе исследования использовались две задачи: с учетом моментов инерции паруса и переднего колеса и без их учета. Полученные решения для этих двух задач различаются незначительно для принятой конкретной модели паруса. Таким образом, можно не учитывать эти моменты инерции. Получены решения для некоторых курсов относительно ветра (см. также [5, 6]). При движении по прямой подтверждены рекомендации выставления паруса, известные в морской навигации [5]. Найдены значения углов ветра, при которых не может быть выполнено движение по прямой на курсе левентик. Эксперименты с созданной аппаратно-программной платформой на базе доработанного буера *Stealth S1* показали справедливость построенных теоретических решений.

Список литературы

- [1] Татаринов Я. В. Уравнения классической механики в новой форме // Вестн. МГУ. Сер. Матем. Механ., 2003, № 3, с. 67–76.
- [2] Локшин Б. Я., Привалов В. А., Самсонов В. А. Введение в задачу о движении точки и тела в сопротивляющейся среде. М.: МГУ, 1992. 75 с.
- [3] Edvall M. M., Rutquist P. TOMLAB/PROPT Manual. <http://tomopt.com/>
- [4] Жуковский Н. Е. Теоретические основы воздухоплавания: Ч. 2 // Полн. собр. соч.: Лекции: Вып. 2 / А. П. Котельников, В. С. Пышнов, В. А. Семенов (ред.); ЦАГИ им. Н. Е. Жуковского. М.–Л.: Оборонгиз, 1939. 206 с.

- [5] Леонтьев Е. П. Школа яхтенного капитана. М.: Физкультура и спорт, 1983. 245 с.
- [6] Ившин Д. В. Кобрин А. И. Движение роботизированной колесной яхты по окружности заданного радиуса // Мобильные роботы и мехатронные системы. (Материалы научной школы-конференции, Москва 24–29 марта 2008). М.: Изд-во Московского университета, 2009. С. 86–92.

Dynamics, simulation and control of a wheeled robotic glider

Lidia V. Glazkova¹, Vladimir E. Pavlovsky², Alexey V. Panchenko³

^{1,3}Lomonosov Moscow State University

Leninskie Gory 1, Moscow, 119991, Russia

²Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences

Miusskaya sq. 4, Moscow, 125047, Russia

¹glazkova1v@gmail.com, ²vlpavl@mail.ru, ³panchenkoAV@vap.ru

We consider the optimal control of a wheeled glider. Equations of motion for the glider have been written out in a compact form, the problem of bringing the glider into a given point within a minimal time has been solved for several typical initial positions of the glider. The realization of the control system of the glider model is discussed.

MSC 2010: 70E18; 70F40

Keywords: wheeled yacht, robotic glider, dynamics of a robotic glider, optimal control, equations of motion in a compact form

Received July 9, 2012, accepted September 29, 2012

Citation: *Rus. J. Nonlin. Dyn.*, 2012, vol. 8, no. 4, pp. 679–687 (Russian)